

המשטח והמטעמים - תכונה 9

צפיפות והתפשטות

- כאשר בין קצותיו של מוליך יש מטעל חי, מתגזר זרם חשמלי.
- זרם חשמלי. צפיפות הזרם מוארכת להיות:

$$\vec{j}(\vec{r}) = \rho(\vec{r}) \cdot \vec{V}(\vec{r})$$

- כאשר $\rho(\vec{r})$ היא צפיפות המטען החשמלי בתוך \vec{r}
- $\vec{V}(\vec{r})$ היא המהירות של אלקטרונים מתגזר בקווקה \vec{r}
- היחידות של צפיפות הזרם הן, אם כן, מטען חשמלי שטח

$$[j] = [\rho \cdot v] = \left[\frac{q}{L^3} \right] \cdot \left[\frac{L}{t} \right] = \left[\frac{q}{L^2 \cdot t} \right]$$

- היחידות M.K.S., זה קולון למטר בריבוע לשנייה $[j] = \frac{C}{m^2 \cdot s}$

- המשטח של צפיפות הזרם היא כמו המטען ליחיד שטח,

$$|j| = \frac{dq}{ds dt}$$

המטען q המעבר במשטח ds בזמן dt

- הזרם הכולל קרק משטח מסוים מוארך כמו המטען החיובי המוצה את המשטח ליחיד זמן. זו בקווק השטח הכולל של

$$I = \iint_S \vec{j} \cdot d\vec{s} = \frac{dq}{dt}$$

ז' קרק המשטח:

- גישת M.K.S., לזרם הכולל I יש יחידות של אמפר

$$1A = 1 \frac{C}{sec}$$

היחידות C.G.S., I יש יחידות של $\frac{e.s.u.}{sec}$

- אילו המטענים בחומר היו חופשיים לתנועה, היו שהופכת המערכת הזו למערכת חשמלית, והזרם היה זרם באופן מוטואי עם זמן. למעשה, על התנועה פנימית (לקוואל, עם

פאזיטיוו באהנגה הישיר, האט צייט צו ציגן אנהייב
 מחוצת קבוצה, ולכן זיס לעצם קבוצה, הפארציווואל
 לעסקה. כאזיס קהרצאגה מוקל לערפארה צו העקרא
מוקל קרוקע, אוק לעא נעצור כאן אל הפיזיק.

• הקשר בין הזרם לעסקה נקרא חוק אוהם:

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

כאזיס σ היא המוליכות המשתנה

אל החומר, הייחודי לעל חומר (הקלע, σ תלוייה ביינאם
 כשון טמפרטורה, אבאל לעא זיכט לעצה כאן).

שימולעג כי זנו חוק אמפירי ולא חוק טעור. יש בעולם
 חומרים שמענהים בצורה לעא אומייר.

• ישנו ניסוח נוסף לע חוק אוהם, שפוא לעיצים שימושי
 יתר. כקו לעבל אומי, נניח לעס פשאר כי המוליך
 פוא אל גרל מוליכות σ קבוצה, שטח חוק A ואורך
 L , ושהקו קבוצ לעארכו. אזי:

$$I = \iint_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = \iint_S \sigma \vec{E} \cdot d\vec{S} = \sigma E \cdot A = \sigma A \cdot \frac{V}{L} \equiv \frac{V}{R}$$

כאזיס הישר מישט בקו שוועקו קבוצ ולכן הפדש הפוטנציאלים
 (המתח) לעורך המוליך פוא
 $V = E \cdot L$

והקרט איר התנגדות לע המוליך:

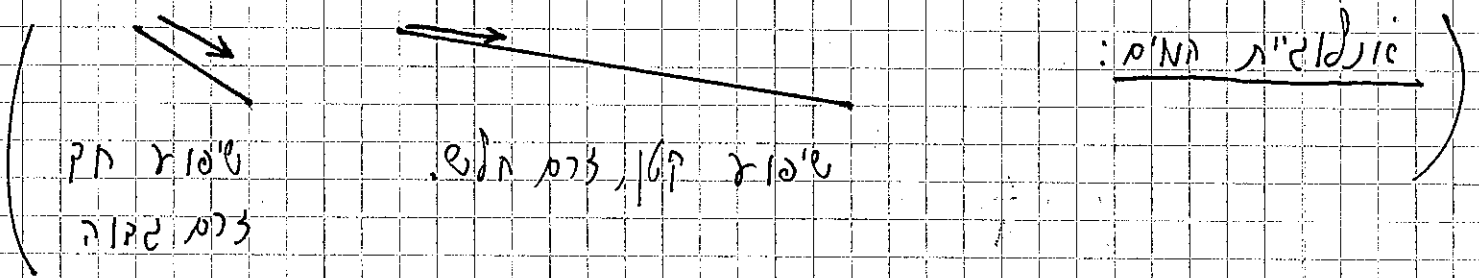
$$R \equiv \frac{L}{\sigma A} \equiv \rho_0 \frac{L}{A} \quad R \equiv \text{Resistance}$$

הזקל $\rho_0 \equiv \frac{1}{\sigma}$ נקרא התנגדות הסוליה לע החומר.

• R מתאכא איר התנגדות לע המוליך לעצם חשמל,
 כי בליטת מתח V , הזרם I קטן ככל R גדל.

שימו לב שהיטתו התגלגול סגולה ρ , R בקדם ככל
 שטח החתך A קטן. הקבר קומה לצדדים של חיים קרך
 ביטור. ככל שטח החתך A קטן יותר, יותר קטנה
 חיים לצדדים קטנו.

R בקדם עם עם אורך החומר L . כמו הביטור חיים
 שטח החתך השיפור, ולכן חיים מאוברים בשלם השדה הצדדי,
 בהיטתו הופך לחיים הביטור (האנולוגי לשדה
 סטנדרטליים V), צדדית חיים איטית יותר (הצדדים
 ומשנים I חלש יותר) ככל שהביטור ארוך יותר ולכן
 השיפור קטן יותר (R בקדם עם L)



שימו לב שהנוסחה עבור ההתנגדות R והקובץ C
 אנלוגיות לחלוטין, תחת החילוף C חיים התנגדות לצדדים
 (בהיטתו הופך כולטנטיבליים V) ואולי C חיים היעילות

$$Q = C \cdot V, \quad I = \frac{1}{R} \cdot V$$

לקבלת מטרות:

היחידות של R ב-MKS הן אומגה, $1 \text{ ohm} = 1 \Omega$

~~$[R] = \frac{[V]}{[I]}$~~

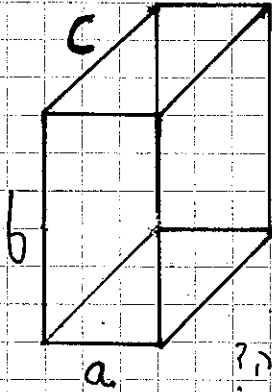
$$[R] = \frac{[V]}{[I]} = \frac{\text{Volt}}{\text{Ampere}} = \Omega$$

$$[\rho_0] = \frac{[R] \cdot [A]}{[L]} = \Omega \cdot m$$

$$[\sigma] = \frac{1}{[\rho_0]} = \frac{1}{\Omega \cdot m}$$

קולמאן I: טעק תיבה

נתון טעק גבולת תיבה, שאורך פיאוריו a, b, c , והוא גוף מוליכות קבועה σ .



נחשב אומג אומג אומג אומג, כאשר כל פנים שתי פיאור מולקולות מחוברות עיקקים של מקור המרח.

מהי התנגדות התיבה בכל מקרה?

פתרון

מקור σ , (כאילו שגבול מוליך עם σ קבוע, שטח חתך A ואורך L , שהשדה החשמלי \vec{E} קבוע בגודלו, היתר נשקור

היא:
$$R = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{L}{A}$$

כאופן כללי, נשקור את הקורדינטה x (אורך הכיוון שמחבר בין העיקרים (שלאורך יש את מסל המרח V), נחלק את המוליך להרכבה פיאור אינפיניטסימליות בעובי dx , עם שטח חתך $A(x)$ ומוליכות קבועה σ ונקבל:

$$R = \int_0^L \frac{dx}{\sigma A(x)}$$

בקולמאן הנ"ל, σ קבוע בכל המוליך, ושטח החתך לא תלוי במיקום. כך נקבל עבור שלושת המקרים:

$$R = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{c}{ab}, \quad \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{b}{ac}, \quad \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{a}{bc}$$

מסקנה: ההתנגדות יכולת להיות תלויה לא רק באורך עיצמו, אלא גם באיך מחברים אותו למקור המרח!

משוואת הרציפות

מטען חשמלי הוא שאקט שמור, שאין יכולת לקבוצה או להיגרם. זו אמת האקסיומטית החשובה של הפיסיקה למעשה "הנחות אחרות, ניתן ממש להוכיח שמטען חשמלי הוא שאקט שמור ואם זה מוכיח בקונוסים מתקנים בתורה הישקור (הקוונטום). לכן סך המטען החשמלי בכל מערכת חייב להישמר. יתרה מזאת, המטען נשמר באופן לוקאלי, כלומר הוא לא יכול להיגרם מחוקם אחד ולהופיע במקום אחר, אלא הוא חייב לעבור למשל.

הקשר הזה אומר שהשינוי ברציפות המטען יכול לנבוא רק מחקובו של זרם חשמלי.

עם תכלת הנפה V הסאר במערכת S . נניח שיוצא מנה זרם, כך שסך המטען הנפה Q שווה למינוס המטען הזורם החוצה (התחלתו של המטען נטו בגבתי).

$$\frac{dQ}{dt} = - \oint_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$$

כלומר:

אם נבטא את המטען באמצעות הרציפות ρ , ונשתמש במשפט הקיבוצני נקבל:

$$\frac{d}{dt} \iiint_V \rho dV = - \iiint_V \vec{\nabla} \cdot \vec{j} dV$$

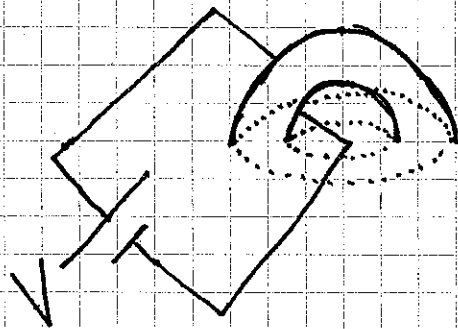
הואילם וזה נכון לכל נפה שרירותי V , נסיק שבאופן כללי מתקיים:

$$\boxed{\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{j} = 0}$$

למשוואה זו קוראים משוואת הרציפות, והיא כאמור מתארת שימור מטען באופן לוקאלי.

קולומב II: קליפה חצי כדורית

נתונה קליפה חצי כדורית בגודל רדיוסים $a < b$ ונגלת מוליכות אחידה σ . מחברים מתח V בין החלק הפנימי לבין החלק החיצוני. מהי התשקות המרכזית?



פתרון

מתוך סימטריה היגיה, קיבול שוהים יהיה רדיוס. מתוך שימור מטען, נבחר 'הזרם' הכולל עקב כל קליפה כדורית היא קבועה, שכן כל המטענים שיוצאים ביחס מקליפה אחת אם גודל הקליפה והקאה, חייבים לתקור גם אותה ביחס, כי מטענים לא מופיעים או נעלמים בקרק (לכן משאילים מטענים בשטח!).

לכך: $I(r) = I = 2\pi r^2 \cdot j(r)$

(השתמשו בכך ש: $\vec{s} = 2\pi r^2 \hat{r}$, $\vec{j} = j \hat{r}$)

לכך: $\vec{j}(r) = \frac{I}{2\pi r^2} \hat{r}$

לכך: $\vec{\nabla} \cdot \vec{j} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 j(r)) = 0 \Rightarrow \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$

לכך: $\nabla \times \vec{E} = 0$ מכאן נובע כי אין תהום קליפה!

לכך: מתוך חוק אוהם המוקאלי נקבל: $E(r) = \frac{I}{2\pi r^2 \sigma} = \frac{j}{\sigma}$

$$V = \left| - \int_a^b E(r) dr \right| = \left| - \frac{I}{2\pi\sigma} \int_a^b \frac{1}{r^2} dr \right| \quad \text{עכשיו נחשב הוסיף:}$$

$$V = \frac{I}{2\pi\sigma} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) \Rightarrow \boxed{R = \frac{V}{I} = \frac{1}{2\pi\sigma} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)}$$

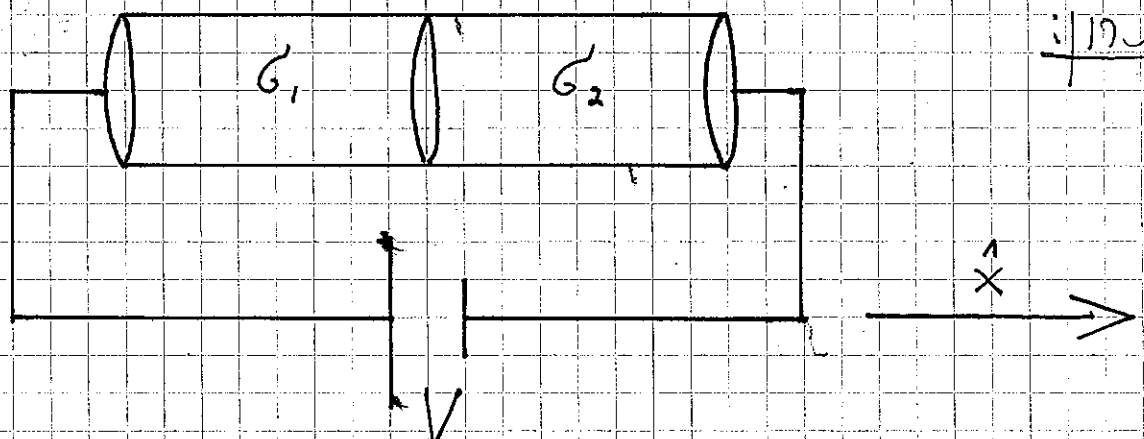
$$R = \int_a^b \frac{dr}{\sigma(r) A(r)} \quad \text{שיטה שנייה לפיתור: לפי ההשקפה}$$

$$\boxed{R = \int_a^b \frac{dr}{\sigma \cdot 2\pi r^2}} = \boxed{\frac{1}{2\pi\sigma} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)} \quad \text{כמו מקודם.}$$

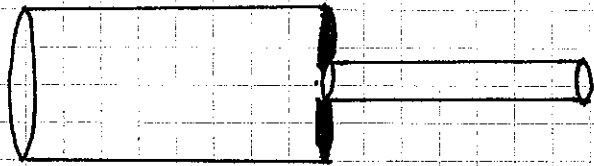
דוגמה III: שני מוליכים שונים

2 מוליכים שונים זהים מחוברים זה לזה בסדר מסוים, ומחברים את המוליכים השונים למקור מתח. על כל מוליך מוליכות סגולה קבועה, אך המוליכות של כל מוליך שונה.

(א) מהו השדה החשמלי בכל נקודה?
 (ב) האם יוצרו מטענים במקום כלשהו במערכת?
 (ג) האם יוצרו מטענים במקום כלשהו במערכת?



שימו לב שאם מחזור למערכת של זהות מ'ים בקוטר, הרי שהקבר קומה לפי ציטויות עם שלח חתך שונה שמחברים האור מתח לפי.



במקרה כזה, אנו מניחים ששדה הכוחות של המיסים במרכז בין הצינורות הרחוקים לצינור הקרוב, שכן השדה לפתח יותר מים ממנה שיטתם להיכנס לפרימת. נסוה איך זה בא לידי ביטוי:

(א) לפי סימטריית הבעיה, השדה יהיה רדיאלי והוא יתפלג בין הצינורות, ולפי משוואת הצינורות $\nabla \cdot \vec{E} = \rho_{free}$ יהיה קבועה במרוק $\vec{E} = \frac{\rho_{free}}{\epsilon_0} \hat{x}$ ושדה זה:

(I) חייב להיות קבוע במצב עמיד, ונתון בשטח הצינורות (זהים).

$$\vec{E}_{1,2} = \frac{I \hat{x}}{\epsilon_{1,2} \cdot A}$$

לעומת זאת, השדה לא יהיו זהים ויתקיים

(ב) המסקנה היא שגם המשטח החיצון בין הצינורות יש להכניס משטח, ונמצא את צפיפות המשטח σ_{ind} ונקבל ממשווא הקציבה של השדה הקשחה:

$$4\pi k \cdot \Sigma = -E_1 + E_2 = \frac{I}{A} \left(\frac{1}{\epsilon_2} - \frac{1}{\epsilon_1} \right) \rightarrow 4\pi k q_{inside} = \left(\vec{E}_1 \cdot \vec{x} + \vec{E}_2 \cdot \vec{x} \right) \cdot A$$

$$\Sigma = \frac{\epsilon_0 I}{A} \left(\frac{1}{\epsilon_2} - \frac{1}{\epsilon_1} \right)$$

שימו לב ש- Σ קבוע בזמן. לא מקובל את משטח שיהיה מצטבר על הקובץ, אלא במשטח שצפוף גם בהתחלה ומאוחר יותר המצב הוא עמיד (סטציונרי).
(אולי קצת נכון אם למזג של מים בין 2 הצינורות למעלה).

~~המשטח הצינורות יהיה קבוע בזמן, ולכן השדה יהיה קבוע.~~

$I = A \cdot \vec{j} = A \cdot \rho \cdot \vec{v}$ שיהיה עם שמכיוון שמכיוון שמשקפים כוונים
 אורך כיוון הזרם מושקף להיות כיוון תנועת המטענים
חוקיים. זה מסיבות היסטוריות בלבד, ובפועל המטענים
 נשאלי הזרם הם אלייזים, אלקטרונים.

למרות זאת, בקולמאן גלילאו, אם $I > 0$ אז זה
 אומר שמטענים חיוביים נעים בכיוון \hat{x} , מהמשקל עם
 יש לנשקל עם זכ.

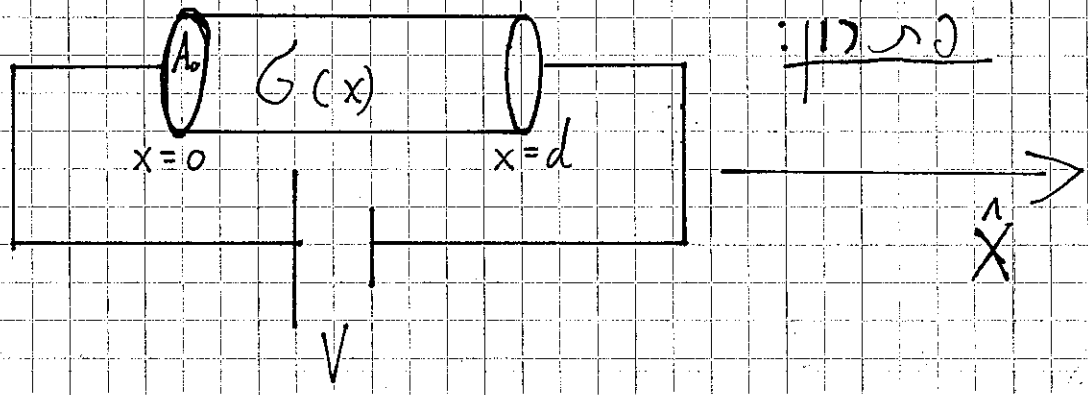
נניח כי $\sigma_2 > \sigma_1$, כלומר לנשקל השני יש יותר היתכנות
 לזרם. אנו מצפים שמטענים חיוביים יזלזלו מהצד
 בין σ_1 ל- σ_2 , כמו שמכונות נזלזלות בכניסה
 לפיקן תנועה.

ואכן, אם $I > 0, \sigma_2 > \sigma_1 \Rightarrow \Sigma > 0$

IV קולמאן:

נתון נשקל עם A ורוחב d , שהחומרים
 שלו שווה " $\sigma = \sigma_0 \left(1 + \frac{x}{d}\right)$

אור הנשקל מחבר למקור מתח V שמוצגת תחת שיתן
 לקב אורו למוליך "אידיאל" (עם מוליכות $\sigma \gg \sigma_0$)
 במצב עמידה, מהו המטען הכולל שבו נשקל הנשקל?



נניח $I = \text{const}$ (נזכר עמ'ק), נמצא את \vec{j} .

הנשקל: $\vec{j}(x) = \frac{I(x) \hat{x}}{A(x)} \stackrel{I = \text{const}}{=} \frac{I}{A_0} \hat{x} = \text{const}$

נשקל: $\vec{j} = \frac{I}{A_0} \hat{x} = \text{const}$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{j} = 0 \quad \text{לפי סוכן מתאר מצב צ'מ'ק שלם}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{\epsilon_0} \vec{j} = \frac{I}{A_0 \epsilon_0 (1 + \frac{x}{d})} \hat{x}$$

חוק אלווס:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho_{\text{ext}}}{\epsilon_0} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}$$

חוק גאוס:

$$\rho_{\text{ext}} = -\frac{\epsilon_0 I}{A_0 \epsilon_0 d} \cdot \frac{1}{(1 + \frac{x}{d})^2}$$

שימו לב לעמוד $I > 0$ מקבלים $\rho < 0$ בחוק אלווס.
 במקרה זה, צ'מ'ק מ'קיים נעים בכיוון \hat{x} מאלווס
 עם מוליכות טובה (התנגדות גבוהה) לאזור עם
 מוליכות גבוהה (התנגדות נמוכה).

הקבר קומה לפקק שמשתנה.
 עוק נשים לב שהעוק מואם, $|\rho|$ קטן ככל ש x גדל,
 כלומר ככל ש ϵ גדל.

$$Q_{\text{in}} = A \cdot \int_0^d \rho_{\text{ext}} dx = \frac{\epsilon_0 I}{\epsilon_0 d} \cdot \frac{d}{1 + \frac{x}{d}} \Big|_0^d$$

$$Q_{\text{in}} = \frac{\epsilon_0 I}{\epsilon_0} \left[\frac{1}{2} - 1 \right] = \frac{-\epsilon_0 I}{2\epsilon_0}$$

אבל, אם מצטרף מ'קן של השכבה השנייה שנתון כי
 המוליך הי'צוני הוא אי'צוני, שכל קצה $E = 0$ מחוץ
 למוליך ולקבל מחוץ לאם הי'צוני.

$$Q_{(x=0)} = \epsilon_0 \cdot \vec{E}_{(x=0)} \cdot (A_0 \hat{x}) = \frac{\epsilon_0 I}{\epsilon_0} > 0 \quad (\epsilon_2 = \epsilon_0, \epsilon_1 = \infty)$$

$$Q_{(x=d)} = \epsilon_0 \cdot \vec{E}_{(x=d)} \cdot (A_0 (-\hat{x})) = \frac{-\epsilon_0 I}{2\epsilon_0}$$

טל המטען עם הנטען: $Q_{tot} = Q_{in} + Q_{(x=0)} + Q_{(x=d)} = 0$

טל עם הנטען! עם הנטען!

(אם לא היינו מתייחסים שהשדה מתאפס מחוץ לנטיק, אז כן היינו מתייחסים לטל המטען)

קורס IV (מחזור 2, 2010, שאולק 4)

גלים אינסופיים חלולים, עם קבועים $R_1 < R_2$, מורכב

מחומר בעל מקדם קיבולת ϵ ומוליכות σ .

הגלים טעון בזמן $t=0$ בצפיפות אחידה ρ_0 .

השדה החיצוני של הגלים מוארך (מחוקרת לאוקמה

באמצעות מוליך אינדיאלי)

(א) מהי צפיפות המטען החתוכית $\rho(t)$?

(ב) מהו השדה החשמלי כגוף בזמן $\vec{E}(t)$?

כתיבה

(א) קורס כל, עבור שמכב זה אינו זחיק, ומתיקיים

$\frac{\rho}{\epsilon} \neq 0$, שכן התחלנו עם כמות מטען סופית שצומחת

קרב המערכת.

מטען זה הינו חופשי, ולכן $\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_f$

כמוכן, כאשר $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$, $\epsilon = \text{const}$.

$\vec{\nabla} \cdot (\epsilon \vec{E}) = \epsilon \cdot \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \rho_f$ עכ"ל:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho_f(t)}{\epsilon}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{j} = \frac{\sigma}{\epsilon} \rho(t)$$

חוק אהרס

$$\vec{E} = \frac{1}{\sigma} \vec{j} \Rightarrow$$

מזקק שני

$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\nabla \cdot \vec{j} = -\frac{\sigma}{\epsilon} \rho$ כמות החומר הנרדפת:

$\rho(t) = \rho_0 e^{-\frac{\sigma}{\epsilon} t}$

$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho(t)}{\epsilon}$ (2)

מהסימטריה של הבעיה, השדה הוא בקיבול וגלוי רק ב-r
 $\vec{E}(r) = E(r) \hat{r}$. נבנה מרחטפת באוס גליליית הרקיום r

וקבלנו גבול $R_1 < r < R_2$

$E(r) \cdot 2\pi r \cdot L = \frac{Q_{inside}}{\epsilon} = \frac{\pi(r^2 - R_1^2) \cdot L \cdot \rho(t)}{\epsilon}$

!! ϵ_0 לא, ϵ $\leftarrow \epsilon$

$\vec{E}(r) = \frac{r^2 - R_1^2}{2\epsilon r} \rho_0 e^{-\frac{\sigma}{\epsilon} t} \hat{r}$

• עבור $r < R_1$, סומך שמקיים $\vec{E} = 0$ $Q_{inside} = 0$

• עבור $R_2 < r$, זה גלוי סומך שמחבר לקיבוק, אם
 באמת נקוקר סומך אוקיאל עם $\sigma = \infty$, אזי מחוץ לשליל
 $E = 0$. למשהו, יצטטר עם השדה הקיבולית של גליליית

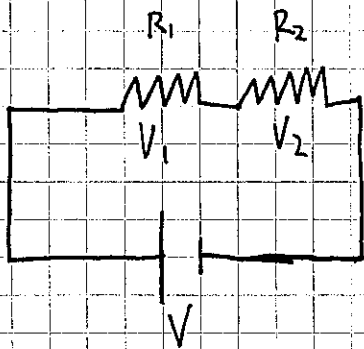
$\Sigma = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = -\frac{R_2^2 - R_1^2}{2R_2} \rho(t)$ צפיפות נטו:

$Q_{surface} = 2\pi R_2 \cdot L \cdot \Sigma = -\pi(R_2^2 - R_1^2) \cdot L \cdot \rho(t) = -Q_{interior}$

• אם סומך הקיבולית יט σ נקבל עם שדה מחוץ לשליל.

חיבור נגדים בטור והתקבילים

אם מחברים נגדים בטור, אז כפי שראינו
הזרם שצורם קודם כל נגד הוא שווה (בגלל פירוק כוח)
מספר ושילוח כאלו נגדי נגדים:



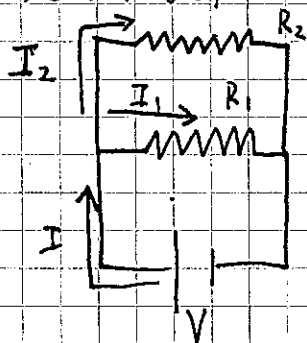
מחוק אולם:

$$V = V_1 + V_2 = I_1 R_1 + I_2 R_2 = I(R_1 + R_2)$$

$$R_{tot} = R_1 + R_2$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{R_1}{R_2}$$

(ככל שההתנגדות גדולה יותר, חבל החשמל של הנגד גדול יותר)
כאשר מחברים נגדים במקביל, אז חבל החשמל של



נגד הוא זהה.

משינוי פרמטרים:

$$I_{tot} = I_1 + I_2 = \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} = V \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

$$\frac{1}{R_{tot}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

קודם הנשק אם ההתנגדות הגבוהה צורם פחות זרם.

• כאשר יש מחברים מסובכים שיתחברו הוא לא בקווק
בטור או במקביל, משתמשים בתוקי קירכרופ וקוון של
כך בשביל הבוא.

• שימו לב שחיסואו לחיבור נגדים בטור/מקבילים
הפוכות מהחיסואו לחיבור נגדים בטור/מקבילים.

זה כאלו שמתקיים: $R = \frac{V}{I}$, $C = \frac{Q}{V}$

הכרה פוטנציאלים $\Delta \phi$

הספק של נר

$$W = q \cdot V$$

השקת החומרים מקבוצה של החומרים

ההספק הוא לפיכך:

$$P = \frac{dW}{dt} = V \cdot \frac{dq}{dt} = I \cdot V$$

ולפי חוק אהום:

$$P = I^2 R = \frac{V^2}{R}$$

צברו ההספק שמחזקת, בעיקר לחום / אור, של נר?

שאלה:

הנור חייב שנוצק לעבוד בארץ, כלומר עם מתח 2000 W , $V = 220 \text{ V}$, הוא כולל הספק של

מהי ההתנגדות של הנור?

$$R = \frac{V^2}{P} = \frac{(220 \text{ V})^2}{2000 \text{ W}} = 24.2 \Omega$$

כמה זרם זורם קרנר?

$$I = \frac{P}{V} = \frac{2000 \text{ W}}{220 \text{ V}} = 90.9 \text{ A}$$